SUCCESSIONI

La successione è una funzione con dominio l’insieme dei numeri naturali ℕ.

Si può scrivere anche :

Esempio:

Una successione può avere anche una forma ricorsiva, un esempio classico è la *successione di Erone* :

Questa successione è il modo più veloce per approssimare , si dice quindi che *tende* a .

Una successione è *limitata superiormente* se esiste

Una successione è *limitata inferiormente* se esiste

Abbiamo detto prima che la *successione di Erone tende* a , vuol dire che all’incrementare di n, il risultato sarà sempre più vicino a , vediamo la dimostrazione:

Più si va avanti tendendo a più ci avviciniamo con precisione ad un certo valore ( in questo caso ), tale fenomeno ha un nome specifico :

LIMITE

Il limite è una successione convergente a , il limite per n che tende a di è . Tale operazione si scrive così :

Inoltre, è vero il seguente fatto :

Per ogni ε maggiore di 0, esiste (la successione con ε come ) tale che per ogni maggiore di , il modulo di 1/è minore o uguale ad ε.

ESEMPIO/DIMOSTRAZIONE

Prendiamo il limite :

Vogliamo dimostrare che :

È già dimostrato che quindi rimane da verificare quanto vale tale che , cioè da che valore di in poi, è sempre minore o uguale ad ε. Se allora . Poniamo per esempio ε = 0,001.

Quando si ha una successione divergente? Prendiamo , essa diverge a e verifica se:

essa diverge a e verifica se:

**ESERCIZIO**

Dimostrare :

Della disuguaglianza è verificato e palese che , bisogna quindi verificare e trovare per quali valori di n > N è vera, trovare quindi N.